LIBER PROGRAMMERING OCH DIGITAL KOMPETENS

Extramaterial till Matematik Z

NIVÅ TVÅ

Taluppfattning och tals användning

ELEV

När man genomför vissa beräkningar, med eller utan kalkylator, får man ibland väldigt många decimaler. Men hur ska man egentligen avrunda? Det kommer du att få träna på i kommande uppgifter. Du kommer även att få bekanta dig med något som kallas primtalsfaktorisering. Det är användbart till exempel när man vill hitta den minsta gemensamma nämnaren till två eller flera bråktal samt vid problemlösning.

SYFTE

Syftet med övningen är att du ska

- få bekanta dig med begreppen värdesiffra, gällande siffra och signifikant siffra.
- kunna avgöra hur många värdesiffror ett tal har.
- veta vad som menas med ett närmevärde.
- kunna genomföra beräkningar och avgöra hur du ska avrunda ditt svar.
- bekanta dig med begreppen och förstå skillnaden mellan faktorisering respektive primtalsfaktorisering.
- få erfarenhet av att primtalsfaktorisera tal.
- få erfarenhet av att hitta den minsta gemensamma nämnaren, MGN, med hjälp av primtalsfaktorisering.

REDOVISNING/BEDÖMNING

Du redovisar genom att lämna in svar på uppgifterna till din lärare.

DEL 1: Värdesiffror och avrundning

VÄRDESIFFROR – UPPGIFT A

Värdesiffror kallas också för **gällande siffror** eller **signifikanta siffror**.

När man arbetar med uppgifter som innehåller mätvärden finns det alltid en viss osäkerhet i värdet beroende på hur noggranna mätningarna varit. Den sista siffran i mätvärdet är den ”osäkra siffran”. Mätvärdet 1,6 m kanske egentligen var 1,59 m eller 1,62 m om man varit mer noggrann när man genomförde mätningen.

Ju fler **gällande siffror** desto säkrare mätvärde. Talet 1,6 har två gällande siffror, medan både 1,59 och 1,62 har tre.

Exempel	Antal värdesiffror	Kommentar
32,4	3	Siffrorna 1–9 räknas alltid som värdesiffror
32,04	4	Nollor i ett tal räknas alltid som värdesiffror
32,0400	6	Nollor som sista decimaltal räknas som värdesiffror
0,00324	3	Nollor i början av ett tal räknas **inte** som värdesiffror. Talet kan även skrivas i grundpotensform som $3{,}24 \cdot 10^{-3}$
324 000	3, 4, 5 eller 6	Antalet värdesiffror beror på om 324 000 är ett avrundat värde eller inte. Om talet skrivs i potensform som $3{,}2400 \cdot 10^3$ har det fem värdesiffror, medan om man skriver det som $3{,}24 \cdot 10^3$ är antalet värdesiffror tre.

1. Hur många värdesiffror har följande tal?

a) 1,62

b) 1,602

c) 0,0162

d) 1,620

e) 1620

f) 1,6020

g) $1{,}62 \cdot 10^2$

h) $1{,}620 \cdot 10^2$

2. Avrunda till två värdesiffror

a) 1,66

b) 1,606

c) 0,0162

d) 0,0672

e) 1,660

f) 1620

BERÄKNINGAR MED NÄRMEVÄRDEN SAMT AVRUNDNINGAR – UPPGIFT B

När man avrundar ett tal minskar man antalet värdesiffror. Ett avrundat tal kallas för **närmevärde**.

Ibland står det inte i uppgiften hur man ska avrunda svaret. Då gäller följande vid beräkningar med närmevärden:

Addition och subtraktion

Svaret ska ha *lika många decimaler* som närmevärdet med minst antal decimaler har.

Exempel: $1,62 + 16,2 = 17,82 \approx 17,8$

Första termen innehåller två decimaler medan den andra termen innehåller en. Svaret ska alltså anges med en decimal.

Multiplikation och division

Svaret ska ha lika många *gällande siffror* som närmevärdet med minsta antalet gällande siffror.

Exempel: $1,02 \cdot 0,062 = 0,06324 \approx 0,063$ $(= 6,3 \cdot 10^{-2})$

Första faktorn innehåller tre gällande siffror. Den andra innehåller två. Svaret ska alltså innehålla två gällande siffror.

1. Genomför följande beräkningar med hjälp av en kalkylator och avrunda dina svar enligt reglerna ovan.

Exempel på kalkylator som finns online: Desmos Scientific Calculator https://www.desmos.com/scientific

a) $37,054 + 14,71$

b) $18,2 - 0,542$

c) $12,04 \cdot 0,124$

d) $1,2 \cdot 0,003$

e) $0,003/19,2$

f) $19,2 / 0,003$

g) $1,25 \cdot 10^2 + 1,03 \cdot 10^2$

h) $1,25 \cdot 10^2 \cdot 5,02 \cdot 10^2$

2. Skriv fyra egna exempel med de olika räknesätten och genomför beräkningarna samt avrunda.

DEL 2: Primtalsfaktorisering

Om man söker efter minsta gemensamma nämnaren, MGN, till två tal kan man använda sig av så kallad **primtalsfaktorisering**.

När man **faktoriserar** ett tal delar man upp det i mindre faktorer. Till exempel är $30 = 3 \cdot 10$. 3 och 10 är därmed faktorer av 30. Men även 2 och 15 är faktorer av 30 eftersom $30 = 2 \cdot 15$.

När man **primtalsfaktoriserar** ska alla faktorer vara **primtal**, det vill säga tal som endast är jämnt delbara med sig självt och 1.

De tio första primtalen är: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 och 29.

Om vi återgår till $30 = 3 \cdot 10$ så kan även talet 10 faktoriseras: $10 = 2 \cdot 5$. Därmed kan vi skriva talet 30 som $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ och vi har genomfört vår första primtalsfaktorisering.

PRIMTALSFAKTORISERING – UPPGIFT A

1. Primtalsfaktorisera följande tal:

a) 6	c) 18	e) 44
b) 24	d) 42	f) 70

2. Kontrollera dina svar genom att multiplicera primtalsfaktorerna med varandra.

3. Välj tre egna tal under 100 och primtalsfaktorisera dem.

4. Byt tal med klasskompis och primtalsfaktorisera varandras tal. Kontrollera så ni kom fram till samma svar.

PRIMTALSFAKTORISERING FÖR ATT HITTA MINSTA GEMENSAMMA NÄMNAREN – UPPGIFT B

För att finna den minsta gemensamma nämnaren, MGN, till två tal, kan man använda sig av primtalsfaktorisering.

UPPGIFT: $\frac{1}{18} + \frac{1}{45}$

LÖSNING: För att lösa uppgiften behöver vi veta vad den minsta gemensamma nämnaren, MGN, är för 18 och 45.

Börja med att primtalsfaktorisera båda talen.

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$$
$$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$$

MGN: $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 90$

Nu kan vi lösa uppgiften:

$$\frac{1}{18} + \frac{1}{45} = \frac{1 \cdot 5}{18 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 2}{45 \cdot 2} = \frac{5}{90} + \frac{2}{90} = \frac{7}{90}$$

Varför är inte MGN $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$?

Jo, $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 18 \cdot 45 = 810$ är en **gemensam** nämnare, men inte den **minsta gemensamma nämnaren.**

Med hjälp av MGN ska vi kunna bilda både talet 18 och talet 45. För att bilda talet 18 behövs en tvåa och två treor. För att bilda talet 45 behövs två treor och en femma.

Därför räcker det med en tvåa, två treor och en femma.

Exempel: Vad är MGN för 12 och 18?

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$
$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$$
$$\text{MGN} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$$

Eftersom det räcker med två tvåor och två treor för att bilda båda talen.

TILLÄMPNING AV PRIMTALSFAKTORISERING FÖR ATT HITTA MINSTA GEMENSAMMA NÄMNAREN – UPPGIFT C

Två lampor blinkar med olika hastighet. Lampa A blinkar var 4:e sekund och lampa B var 10:e sekund. När de sätts igång blinkar de samtidigt. Efter hur lång tid blinkar de samtidigt igen?

Den här uppgiften kan man lösa genom att till exempel göra en tabell:

Lampa A blinkar efter ... (s)	Lampa B blinkar efter... (s)
0	0
4	10
8	20
12	30
16	40
20	50

I tabellen kan vi se att nästa gång lamporna blinkar samtidigt är efter 20 sekunder.

Om vi istället söker efter minsta gemensamma nämnaren genom primtalsfaktorisering ser lösningen ut så här:

$$4 = 2 \cdot 2$$
$$10 = 2 \cdot 5$$
$$\text{MGN} = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$$

Använd dig av primtalsfaktorisering och lös följande uppgifter:

1. Gittan och Cleo åker längdskidor i skogen. De startar och avslutar på samma ställe men väljer olika slingor och åker flera varv. Gittan åker ett varv på sin slinga på 12 minuter. Cleo behöver 21 minuter på sig för att åka ett varv på sin slinga.

a) Efter hur lång tid ses de igen om de startar samtidigt och kör tills de ses igen?

b) Hur många varv har var och en av dem åkt då?

2. Källa: Wikipedia

Sjuttonårscikada [redigera | redigera wikitext]

Sjuttonårscikadan (*Magicicada septendecim*), är en insektsart som först beskrevs av Carl von Linné år 1758. Sjuttonårscikadan ingår i släktet *Magicicada* och familjen cikador. Inga underarter finns listade i Catalogue of Life.[1] Arten lever som larv nere i jorden, och kommer i enorma mängder upp och svärmar vart sjuttonde år, och åstadkommer under två veckor viss skada på växter, samt upplevs av befolkningen som starkt irriterande. Nästa invasion beräknas inträffa år 2021.

Forskarna tror att cikadornas 17-årscykler är ett sätt att undvika att bli uppätna av andra djur som har sitt parningsår samtidigt. Vissa smågnagare som äter cikador har cykler på 4 år.

a) Om året för cikadorna och smågnagarna sammanfaller 2021, om hur många år händer det igen?

b) Talet 17 är ett primtal. En annan cikadafamilj har en cykel på 13 år. Även det ett primtal. Hur kommer det sig att det verkar vara mer fördelaktigt att vara en så kallad *primtalscyklisk* cikadafamilj än en med en cykel på till exempel 10, 16 eller 20 år?